***ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ***

1. ***Приб­ли­жен­ное зна­чение:***

 Пусть да­но чис­ло x.

Число *a* называется **приближенным значением** числа *х*, вычисленным с точностью до h>0, если выполняется неравенство .

Раз­ность |x − a| на­зыва­ют пог­решностью, а h — оцен­кой пог­решнос­ти приб­ли­жен­но­го вы­чис­ле­ния.

1. ***От­но­сительная пог­решность6***

 Пусть a яв­ля­ет­ся приб­ли­жен­ным зна­чени­ем ве­личи­ны x, вы­чис­ленным с пог­решностью h, т. е. пусть |x − a| = h. От­но­шение пог­решнос­ти к приб­ли­жен­но­му зна­чению, т. е. чис­ло  на­зыва­ет­ся **от­но­сительной пог­решностью** вы­чис­ле­ния. Так, ес­ли сред­нее рас­сто­яние от Зем­ли до Сол­нца вы­чис­ле­но приб­ли­жен­но как 1,496 · 108 км с пог­решностью < 105 км, то от­но­сительная пог­решность та­кого вы­чис­ле­ния бу­дет меньше 0,0007, по­тому что  Час­то от­но­сительную пог­решность (а точ­нее, оцен­ку для нее) ука­зыва­ют в про­цен­тах.

1. ***Стан­дар­тная за­пись:***

Приб­ли­жен­ные зна­чения ве­личи­ны час­то ука­зыва­ют в так на­зыва­емой стан­дар­тной за­писи. По­ложи­тельные чис­ла в стан­дар­тной за­писи пред­став­ля­ют в ви­де: a · 10k, где чис­ло a вы­бира­ют так, что­бы оно ле­жало в про­межут­ке [1; 10), т. е. удов­летво­ряло не­равенс­твам 1 ≤ a < 10, и за­писы­валось де­сятич­ной дробью с нес­кольки­ми зна­ками пос­ле за­пятой. Чис­ло a в стан­дар­тной за­писи x на­зыва­ет­ся **ман­тиссой** чис­ла x, а по­каза­тель k — его **по­ряд­ком**.

***Зачем точные значения величины заменяют ее приближенным значением?***

Преж­де все­го по­тому, что вы­чис­лить и за­писать точ­ное зна­чение ве­личи­ны не уда­ет­ся — всег­да при из­ме­рении ве­личи­ны мож­но найти ее зна­чение лишь с не­кото­рой точ­ностью.

Кро­ме то­го, точ­ная ин­форма­ция бы­ва­ет из­лишней — нам час­то дос­та­точ­но знать лишь по­рядок чис­ла, сте­пень его бли­зос­ти к дру­гим, бо­лее прос­то за­писы­ва­емым чис­лам.

***Как можно описать точность вычислений?***

***1. «Плюс-ми­нус»*** Не­ред­ко го­ворят так: «Тем­пе­рату­ра рав­на 16 плюс-ми­нус один гра­дус» и за­писы­ва­ют: t = (16 ± 1)°С. Это оз­на­ча­ет, что ис­тинное зна­чение тем­пе­рату­ры (в гра­дусах Цельсия) от­ли­ча­ет­ся от 16 не бо­лее чем на еди­ницу. Эту же ин­форма­цию мож­но за­писать в ви­де не­равенс­тва

16 − 1 < t < 16 + 1, или с по­мощью рас­сто­яния: |t − 16| < 1.

Здесь 16 — приб­ли­жен­ное зна­чение тем­пе­рату­ры, 1 — оцен­ка пог­решнос­ти. От­но­сительная пог­решность рав­на  

***2. «С точ­ностью до…»*** Ес­ли вы ска­жете, что пло­щадь ком­на­ты рав­на 22,6 м2 с точ­ностью до двух де­сятых квад­ратно­го мет­ра, то всем бу­дет яс­но, что пло­щадь S ле­жит в про­межут­ке 22,4 < S < 22,8 м2, или, ина­че, что рас­сто­яние ис­тинно­го зна­чения пло­щади до чис­ла 22,6 меньше 0,2, т. е.

|S − 22,6| < 0,2 м2.

Ви­дим, что этот спо­соб фак­ти­чес­ки сов­па­да­ет с пер­вым, и мож­но с та­ким же ус­пе­хом за­писать: S = 22,6 ± 0,2 м2 и ска­зать, что пло­щадь вы­чис­ле­на с оцен­кой пог­решнос­ти в 0,2 м2, что да­ет от­но­сительную пог­решность, рав­ную 

***3. «Ле­жит меж­ду»*** Фра­за «ско­рость ав­то­моби­ля ле­жит меж­ду 50 и 60 ки­ломет­ра­ми в час» сра­зу оп­ре­деля­ет про­межу­ток, где на­ходит­ся зна­чение ско­рос­ти v: 50 < v < 60. Мож­но, ко­неч­но, взять се­реди­ну это­го про­межут­ка и пе­рейти к об­суждав­шимся ра­нее спо­собам за­писи:

v = 55 ± 5 (км/ч),

|v − 55| < 5 км/ч.

Ве­личи­на 5 км/ч, рав­ная раз­ности (60 − 5) = 5 км/ч, да­ет оцен­ку пог­решнос­ти приб­ли­жен­но­го вы­чис­ле­ния ско­рос­ти, а чис­ло , т. е. от­но­шение пог­решнос­ти к приб­ли­жен­но­му зна­чению, — оцен­ку от­но­сительной пог­решнос­ти.

***Вопросы и упражнения***

1. Изоб­ра­зите на чис­ло­вой оси сле­ду­ющие чис­ла:
2. 3,5
3. – 2,2
4. Изоб­ра­зите на чис­ло­вой оси сле­ду­ющие про­межут­ки:
5. (0, 2]
6. (-∞, -3]
7. 1 ≤ x ≤ 4
8. x > 3
9. Под зна­ком кор­ня за­писа­но чис­ло с 40 де­вят­ка­ми пос­ле за­пятой  . Вы­чис­ли­те ко­рень с 40 зна­ками пос­ле за­пятой.
10. Про­верьте, что ок­ругле­ние сле­ду­ющих чи­сел с точ­ностью до вто­рого зна­ка пос­ле за­пятой сде­лано пра­вильно:
11. a = 1,1683, a 0,17
12. a = 0,2309, a 0,23
13. 
14. Вер­но ли, что от­но­сительная пог­решность про­из­ве­ден­но­го вы­чис­ле­ния ме­нее 1 %:
15. π3,16
16. 
17. Площадь круга радиусв 3 примерно равна 3
18. 3